Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение лицей № 6
городского округа Тольятти

Конспект урока алгебры в 11 профильном классе
по теме «Способы решения иррациональных уравнений»

Автор : Овчинникова Наталья Александровна,
учитель математики высшей категории
МБУ лицея №6 г. Тольятти

Тольятти
2015

Конспект урока алгебры в 11 профильном классе

по теме «Способы решения иррациональных уравнений»

Цели:

1. Образовательные: усвоить различные способы решения иррациональных уравнений и научиться применять их в соответствии с заданным уравнением.
2. Развивающие: способствовать формированию умений применять приёмы сравнения, обобщения, выделения главного, переноса знаний в новую ситуацию, развитию математического кругозора, мышления и речи, внимания и памяти.
3. Воспитательные: содействовать воспитанию интереса к математике, сознательного отношения к учению, познавательной активности, мобильности, умения общаться, общей культуры.

Тип урока – урок изучения нового материала.

ПЛАН УРОКА:

I. **Организационный момент**

II. **Подготовка к изучению нового материала**

III. **Изучение нового материала**

IV. **Первичная проверка понимания**

V. **Подведение итогов урока**

VI. **Домашнее задание**

ХОД УРОКА

I. Организационный момент

Подготовка учащихся к работе на уроке.

II. Подготовка к изучению нового материала

1. Формулирование целей урока для определения действий школьников во время лекции.

2. Повторение.

а) Определение иррационального уравнения б) Решение уравнений

- уравнение $\sqrt{F(x)} = G(x)$ равносильно системе $\begin{cases} F(x) = G^2(x) \\ G(x) \geq 0 \end{cases}$

- уравнение $\sqrt{F(x)} = \sqrt{G(x)}$ равносильно любой из систем

$$\begin{cases} F(x) = G(x) \\ G(x) \geq 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} F(x) = G(x) \\ F(x) \geq 0 \end{cases}$$

в) Наиболее распространенный метод решения иррациональных уравнений – последовательное возведение в степень.

3. Решите уравнение $\sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1}$

(Учащиеся должны высказать разные предположения, и они затрудняются решить данное уравнение, учитель предлагает оставить его и решить после изучения других способов решения иррациональных уравнений)

III. Изучение нового материала

Одним из сложных разделов алгебры, изучаемых в школьной программе, являются иррациональные уравнения, так как отсутствуют общие алгоритмы их решения и приходится делать преобразования, приводящие к уравнениям, не равносильным данным. Рассмотрим случаи, когда проще свести решение уравнения к решению следствия и проверке. Следствия могут быть получены:

1. Последовательным возведением исходного уравнения в степень.
2. Заменой исходного уравнения системой уравнений.
3. Умножением обеих части исходного уравнения на разность радикалов.
4. Использованием монотонности функций в левой части уравнения.
5. Использованием подстановок, сводящих исходное уравнение к рациональному.

1**. Пусть дано уравнение** $\sqrt[3]{f_1(x)} + \sqrt[3]{f_2(x)} = c$.

Возведем обе части уравнения в куб, воспользовавшись формулой

$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$.

Получим уравнение $f_1(x) + f_2(x) + 3\sqrt[3]{f_1(x) \cdot f_2(x)} \cdot \left(\sqrt[3]{f_1(x)} + \sqrt[3]{f_2(x)}\right) = c^3$

Заменим сумму кубических корней величиной c и получим **следствие** последнего уравнения: $3c\sqrt[3]{f_1(x)\cdot f_2(x)} = c^3 - f_1(x) - f_2(x)$. Это уравнение решается последовательным возведением в куб.

Пример: Решите уравнение $\sqrt[3]{9-\sqrt{x+1}} + \sqrt[3]{7+\sqrt{x+1}} = 4$

Это уравнение равносильно уравнению

$$16 + 3\sqrt[3]{\left(9-\sqrt{x+1}\right)\cdot\left(7+\sqrt{x+1}\right)}\cdot\left(\sqrt[3]{9-\sqrt{x+1}} + \sqrt[3]{7+\sqrt{x+1}}\right) = 16$$

Следствием его является уравнение $3\cdot 4\sqrt[3]{\left(9-\sqrt{x+1}\right)\cdot\left(7+\sqrt{x+1}\right)} = 0$

Решение - $x = 80$. Проверка показывает, что это число является корнем данного уравнения.

2. Некоторые уравнения удобно заменить системой уравнений.

Пример: Решите уравнение $\sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1}$

Возведение в степень не дает результата. Тогда сделаем замену:
$\sqrt[3]{2-x} = a, \sqrt{x-1} = b$

Заменим данное уравнение системой $\begin{cases} a^3 = 2-x \\ b^2 = x-1 \\ a+b=1 \\ b \ge 0 \end{cases}$ Исключая из первых двух уравнений переменную x, получим систему $\begin{cases} a^3 + b^2 = 1 \\ a+b=1 \\ b \ge 0 \end{cases}$ Решаем эту систему методом подстановки, получим a_1=0, a_2= -2, a_3= 1, тогда x_1=2, x_2=10, x_3= 12.
Проверка показывает, что все найденные значения x есть корни данного уравнения.

Этот прием хорош в том случае, когда сумма или разность подкоренных выражений есть константа.

3. Уравнения вида $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = c$**, в котором разность подкоренных выражений есть число, можно решать, умножив обе части уравнения на разность радикалов.**

Пример: Решите уравнение $\sqrt{x+1}+\sqrt{x-3}=4$

Умножив обе части уравнения на разность корней, получим уравнение

$\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}=1$

Сложив почленно эти уравнения, получим $\sqrt{x+1}=\frac{5}{2}$ и $x=\frac{21}{4}$. Проверка показывает, что найденное число корень данного уравнения.

4. При решении некоторых уравнений полезно воспользоваться тем, что функция $F(x)=\sqrt[n]{x}$ **монотонна.**

Пример: Решите уравнение $\sqrt[7]{2x-1}+\sqrt{5x-1}=3$

В левой части уравнения сумма возрастающих функций, а в правой — константа, значит уравнение имеет не более одного корня. x = 1 — корень уравнения.

5. Решить уравнение $\sqrt[4]{x^3+8}+\sqrt{x^3+8}=6$

Решение:

Обозначая $\sqrt[4]{x^3+8}=t>0,$ Получим $t^2+t-6=0,$

Откуда $t=-3$, $t=2$.

Следовательно, $\sqrt[4]{x^3+8}=2,$ $x^3+8=16,$ $x^3=8,$ $x=2.$

Согласно проверке, $x=2$ корень исходного уравнения.

IV. Первичная проверка понимания

1. Почему данные уравнения не имеют корней?

а) $\sqrt{x+3}=4-x$

б) $\sqrt{3-x}=5-\sqrt{x-8}$

в) $\sqrt{4x+7}+\sqrt{3-4x+x^2}+2=0$

г) $\sqrt{x-1}=-\sqrt{x^2-1}$

2. Решите уравнения:

а) $\sqrt[3]{(2-x)^2}+\sqrt[3]{(7+x)^2}-\sqrt[3]{(2-x)(7+x)}=3$

б) $\sqrt{2x^2+5x-2}-\sqrt{2x^2+5x-9}=1$

в) $\sqrt{x^2+32}-2\sqrt[4]{x^2+32}=3$

V. Подведение итогов урока

VI. Домашнее задание на выбор (№1 или №2):

№1. Решить уравнения:

1) $\sqrt{x-2}+\sqrt{x+3}=2$
2) $\sqrt{2x+\sqrt{6x^2+1}}=x+1$
3) $x^2+\sqrt{x^2+20}=22$
4) $\sqrt[3]{x+34}-\sqrt[3]{x-3}=1$
5) $x^2-4x-6=\sqrt{2x^2-8x+12}$

№2. Подобрать или придумать четыре иррациональных уравнения, решаемые изученными приемами

№3. Индивидуальное задание для желающих: Найти в пособиях по математике другие способы решения иррациональных уравнений.

Список использованной литературы

1. Виленкин Н. Я. и др. Алгебра и математический анализ для 11 класса: Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. – М.: Просвещение, 1998.
2. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. 11 класс. В 2 ч. Учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень). – М.: Мнемозина, 2007.
3. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика: интенсивный курс подготовки к экзамену. – М.: Айрис-пресс, 2003.
4. Чулков П.В. Уравнения и неравенства в школьном курсе математики»: Учебно-методическое пособие. Лекции 1-8. – М.: Педагогический университет «Первое сентября», 2006