Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

городского округа Тольятти «Лицей № 6»

Методическая разработка

«Организация повторения по алгебре в 11 профильном классе для подготовки к решению заданий С3 в ЕГЭ»

Подготовила

Овчинникова Наталья Александровна,

учитель математики высшей категории

МБУ «Лицей №6» г. о. Тольятти

Тольятти

2014

Тема «Организация повторения по алгебре в 11 профильном классе

для подготовки к решению заданий С3 в ЕГЭ»

Система уроков повторения по теме «Решение неравенств функционально – графическим методом» содержит: примерное планирование учебного времени; краткий анализ знаний и умений учащихся, полученных на уроках повторения по выбранной теме; план-конспект одного из уроков; проверочную работу (в одном варианте).

I. Примерное планирование учебного времени

1. Использование области определения функций.(1 час)
2. Использование монотонности функций.(1 час)
3. Использование ограниченности функций. (2 часа)
4. Метод интервалов для непрерывных функций. (2 часа)
5. Использование графиков функций. (1 час)
6. Проверочная работа. (1 час)

II. Краткий анализ и умений знаний учащихся, полученных на уроках повторения по выбранной теме.

В результате повторения данной темы учащиеся должны иметь четкое представление о возможностях функционально-графического подхода к решению неравенств.

Уметь:

– решать неравенства с использованием области определения входящих в них функций, свойства монотонности функций;

– использовать при решении неравенств свойство ограниченности функции на некотором множестве, уметь находить наибольшее и наименьшее значение функций или их композиций на заданном множестве;

– применять метод интервалов при решении неравенств, содержащих различные функции, а также при решении трансцендентных неравенств, используя идею рационализации неравенств;

– уметь при решении неравенств рассмотреть эскиз графиков их правой и левой частей в одной и той же системе координат. Тогда этот эскиз графиков поможет выяснить, на какие множества надо разбить числовую ось, чтобы на каждом из них решение неравенства было очевидно;

– использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности при подготовке к ЕГЭ.

III. План – конспект урока по теме:

«Метод интервалов для непрерывных функций» (2 часа)

Цели урока:

Обучающие:

- обобщить ранее изученный материал о решении неравенств методом интервалов; возможность применения метода интервалов для решения неравенств различного типа;
- выработка умений и навыков в решении неравенств различного типа методом интервалов;
- решение трансцендентных неравенств, с использованием метода рационализации.

Развивающие:

- повысить интерес учащихся к нестандартным задачам, сформировать у них положительный мотив учения;
- развитие у учащихся логического мышления в процессе поиска рациональных методов и алгоритмов решения;

Воспитательные:

- формирование нравственных качеств, аккуратности, дисциплинированности, чувства собственного достоинства, ответственного отношения к достижению цели;
- развитие культуры научных и учебных взаимоотношений между учениками и между учениками и учителем; воспитание навыков совместного решения задач.

Тип урока: урок обобщения и систематизации знаний.

План урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение и актуализация опорных знаний.
3. Решение неравенств методом интервалов.
4. Подведение итогов. Задание на дом.

Ход урока:

1. Организационный момент.

2. Повторение и актуализация опорных знаний.

Обобщенный метод интервалов.

1. Применимость метода интервалов не ограничивается решением рациональных неравенств.
2. Применяя метод интервалов к решению иррациональных, трансцендентных, комбинированных неравенств, говорим об обобщенном методе интервалов.

Алгоритм обобщенного метода интервалов:

1) Привести неравенство к виду $f(x) \vee 0$. Рассмотреть функцию $f(x)$.
2) Найти область определения функции $f(x)$.
3) Найти нули функции $f(x)$, решив уравнение $f(x) = 0$
4) Изобразить на числовой прямой область определения и нули функции.
5) Определить знаки функции на промежутках, входящих в область определения функции.
6) Записать ответ, включив в него промежутки в соответствии со знаком неравенства (не забыть включить в ответ изолированные точки).

Метод рационализации.

- Метод рационализации заключается в замене сложного выражения F(x) на более простое выражение G(x) (в конечном счете, рациональное), при которой неравенство $G(x) \vee 0$ равносильно неравенству $F(x) \vee 0$ в области определения выражения F(x) (символ $\vee$ заменяет один из знаков неравенств: >, <, $\le, \ge$).
- Выделим некоторые выражения F и соответствующие им рационализирующие выражения G.

Выражение F(x)	**Выражение G(x)**
$\log_h f - \log_h g$	$(h-1)(f-g)$
$\log_f h - \log_g h$	$(f-1)(g-1)(h-1)(g-f)$
$h^f - h^g$	$(h-1)(f-g)$
$f^h - g^h$	$(f-g)h$

$\|f\| - \|g\|$	$(f-g)(f+g)$
$\log_h f \cdot \log_p g$	$(f-1)(g-1)(h-1)(p-1)$
$\sqrt{f} - \sqrt{g}$	$f- g$

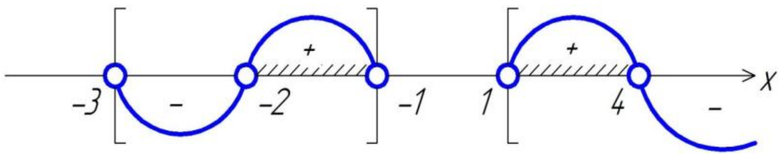
3. Решение неравенств методом интервалов

Каждое задание решает группа учащихся. Затем один из группы записывает решение на доске и поясняет его.

1). Решить неравенство $\sqrt{x^2-1}(4-x)\log_3(3+x) > 0$

Используем метод интервалов для решения данного неравенства

1. Рассмотрим функцию $f(x) = \sqrt{x^2-1}(4-x)\log_3(3+x)$
2. Найдем область определения функции $D(f): \begin{cases} x^2-1 \ge 0 \\ 3+x > 0 \end{cases}$ $D(f) = (-3;-1] \cup [1;+\infty)$
3. Найдем нули функции: $f(x) = 0$ $\left[\begin{array}{l} x^2-1=0 \\ 4-x=0 \\ 3+x=1 \end{array}\right.$ $x_1 = 1,\ x_2 = -1,\ x_3 = 4,\ x_4 = -2$
4. Определим знаки функции на каждом из промежутков $(-3;-2), (-2;-1), (1;4), (4;+\infty)$



$f(-2{,}5) < 0,\ f(-1{,}5) > 0,\ f(2) > 0,\ f(5) < 0$

Следовательно, множеством решений исходного неравенства является объединение промежутков $(-2;-1) \cup (1;4)$

Ответ: $x \in (-2;-1) \cup (1;4)$

2). Решить неравенство $\dfrac{(|x+3|-1)(4-2^{2x-1})(x^2+\sqrt[3]{x})}{\log_2(-x+x^2+1)} < 0$

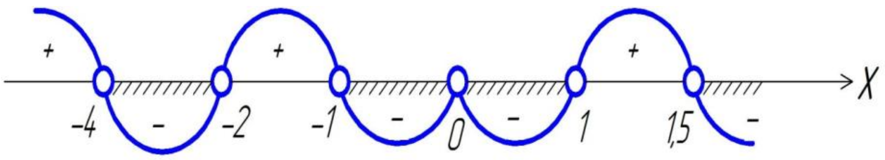
Используем метод интервалов для решения данного неравенства

1. Рассмотрим функцию $f(x) = \dfrac{(|x+3|-1)(4-2^{2x-1})(x^2+\sqrt[3]{x})}{\log_2(-x+x^2+1)}$
2. Найдем область определения функции $D(f): \begin{cases} 1-x+x^2 > 0 \\ \log_2(1-x+x^2) \ne 0 \end{cases}$

$D(f) = (-\infty;0) \cup (0;1) \cup (1;+\infty)$

3. Найдем нули функции: $f(x)=0$ $\quad \left[\begin{array}{l} |x+3|=1 \\ 2^{2x-1}=4 \\ x^2+\sqrt[3]{x}=0 \end{array}\right.$, $x_1=-4,\ x_2=-2\ x_3=1{,}5,\ x_4=0,\ x_5=-1$

4. Определим знаки функции на каждом из промежутков
$(-\infty;-4), (-4;-2), (-2;-1), (-1;0), (0;1), (1;1{,}5), (1{,}5;+\infty)$



$f(-5)>0,\ f(-3)<0,\ f(-1{,}5)>0,\ f(-0{,}5)<0,\ f(0{,}5)<0,\ f(1{,}25)>0,\ f(2)<0$

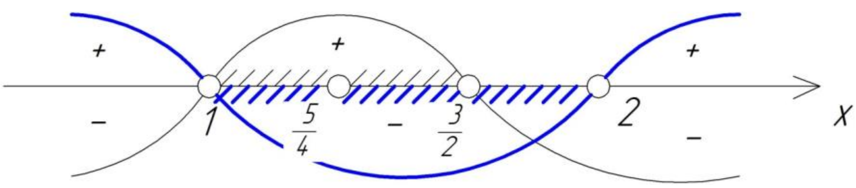
Следовательно, множеством решений исходного неравенства является объединение промежутков $(-4;-2)\cup(-1;0)\cup(0;1)\cup(1{,}5;+\infty)$

Ответ: $x\in(-4;-2)\cup(-1;0)\cup(0;1)\cup(1{,}5;+\infty)$

3). Решить неравенство $\log_{-4x^2+12x-8}|4x-5|>0$

Заменим данное неравенство равносильной системой, используя метод рационализации:

$$\begin{cases} (-4x^2+12x-8-1)(|4x-5|-1)>0 \\ -4x^2+12x-8>0 \\ 4x-5\neq 0 \\ -4x^2+12x-8\neq 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} -(2x-3)^2((4x-5)^2-1)>0 \\ (x-1)(x-2)<0 \\ x\neq \dfrac{5}{4} \\ x\neq \dfrac{3}{2} \end{cases}$$



Окончательно получаем,что решением являются все x такие, что

$x\in\left(1;\frac{5}{4}\right)\cup\left(\frac{5}{4};\frac{3}{2}\right)$

Ответ: $x\in\left(1;\frac{5}{4}\right)\cup\left(\frac{5}{4};\frac{3}{2}\right)$

4). Решить неравенство $\dfrac{tg\,\dfrac{x}{2}\cdot\sin\pi x}{\sqrt{2\pi^2-\pi x-x^2}}\geq 0$

Воспользуемся методом интервалов:

1. Рассмотрим функцию $f(x)=\dfrac{tg\dfrac{x}{2}\cdot\sin\pi x}{\sqrt{2\pi^2-\pi x-x^2}}$

2. Найдем область определения функции $D(f):\begin{cases}2\pi^2-\pi x-x^2>0\\ \cos\dfrac{x}{2}\neq 0\end{cases}$

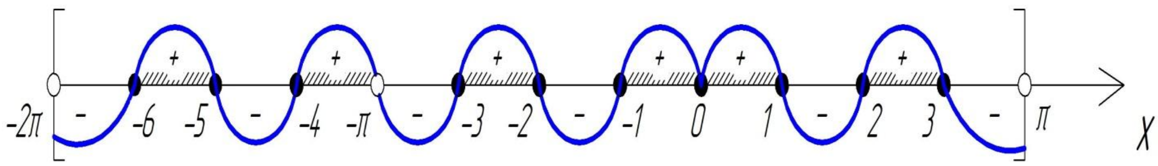
$\begin{cases}x\in(-2\pi;\pi)\\ x\neq\pi+2\pi n, n\in Z\end{cases}$ $\qquad D(f)=(-2\pi;-\pi)\cup(-\pi;\pi)$

3. Найдем нули функции: $f(x)=0$ $\left[\begin{array}{l}tg\dfrac{x}{2}=0\\ \sin\pi x=0\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=2\pi n, n\in Z\\ \pi x=\pi k, k\in Z\end{array}\right.$

На промежутке $(-2\pi;-\pi)\cup(-\pi;\pi)$ лежат числа:

$\left[\begin{array}{l}x=0\\ x\in\{-6;-5;-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;\}\end{array}\right.$

4. Определим знаки функции на каждом из промежутков
$(-2\pi;-6],[-6;-5],[-5;-4],[-4;-\pi),(\pi;-3],[-3;-2],[-2;-1],[-1;0],[0;1],[1;2],[2;3],[3;\pi)$



$f(-6{,}2)<0,\ f(-5{,}5)>0,\ f(-4{,}5)<0,\ f(-3{,}5)>0,\ f(-3{,}1)<0,\ f(-2{,}5)>0,$

$f(-1{,}5)<0,\ f(-0{,}5)>0,\ f(0{,}5)>0,\ f(1{,}5)<0,\ f(2{,}5)>0,\ f(3{,}1)<0$

Множеством решений исходного неравенства является объединение промежутков

$[-6;-5]\cup[-4;-\pi)\cup[-3;-2]\cup[-1;1]\cup[2;3]$

Ответ: $x\in[-6;-5]\cup[-4;-\pi)\cup[-3;-2]\cup[-1;1]\cup[2;3]$

5). Решить неравенство $\left(1-\dfrac{x}{2}\right)\cdot\log_{13-3\cdot 2^x}4\leq 1$

Используем метод интервалов для решения данного неравенства

1. Рассмотрим функцию

$$f(x)=\left(1-\frac{x}{2}\right)\cdot\log_{13-3\cdot2^x}4-1=\frac{2-x}{2}\cdot\frac{2}{\log_2(13-3\cdot2^x)}=\frac{(2-x)-\log_2(13-3\cdot2^x)}{\log_2(13-3\cdot2^x)}$$

2. Найдем область определения функции $D(f):\begin{cases}13-3\cdot 2^x>0\\ 13-3\cdot 2^x\neq 1\end{cases}$ $\begin{cases}2^x<\dfrac{13}{3}\\ 2^x\neq 4\end{cases}$

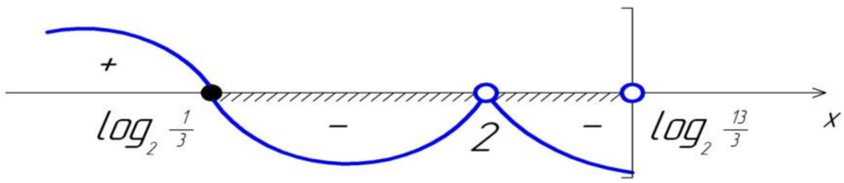
$$D(f)=(-\infty;2)\cup\left(2;\log_2\frac{13}{3}\right)$$

3. Найдем нули функции: $f(x)=0$ $2-x-\log_2(13-3\cdot 2^x)=0$ $\log_2(13-3\cdot 2^x)=2-x$ $\log_2(13-3\cdot 2^x)=\log_2 2^{2-x}$

$13-3\cdot 2^x=2^{2-x}$ $13-3\cdot 2^x-4\cdot\dfrac{1}{2^x}=0$

$\dfrac{13\cdot 2^x-3\cdot 2^{2x}-4}{2^x}=0$ $\left[\begin{array}{l}2^x=4\\ 2^x=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=\log_2\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$ $x_1=2,$ $x_2=\log_2\dfrac{1}{3}$

4. Определим знаки функции на каждом из промежутков $\left(-\infty;\log_2\dfrac{1}{3}\right],\left[\log_2\dfrac{1}{3};2\right),\left(2;\log_2\dfrac{13}{3}\right)$



Множеством решений исходного неравенства является объединение промежутков $\left[\log_2\dfrac{1}{3};2\right)\cup\left(2;\log_2\dfrac{13}{3}\right)$

Ответ: $x\in\left[\log_2\dfrac{1}{3};2\right)\cup\left(2;\log_2\dfrac{13}{3}\right)$

6). Решить неравенство $\dfrac{\sqrt{1-x^3}-1}{1+x}\le x$

Используем метод интервалов для решения данного неравенства

$\dfrac{\sqrt{1-x^3}-1-x-x^2}{1+x}\le 0$ $\dfrac{\sqrt{(1-x)(1+x+x^2)}-(1+x+x^2)}{1+x}\le 0$

$\dfrac{\sqrt{1+x+x^2}\left(\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x+x^2}\right)}{1+x}\le 0$

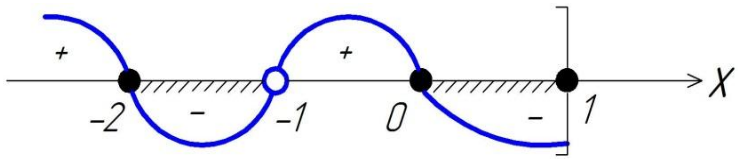
1. Рассмотрим функцию $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x+x^2}\left(\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x+x^2}\right)}{1+x}$

2. Найдем область определения функции $D(f):\begin{cases}1-x>0\\ x\neq -1\end{cases}$ $D(f)=(-\infty;-1)\cup(-1;1]$

3. Найдем нули функции: $f(x)=0$ $\sqrt{1-x}=\sqrt{1+x+x^2}$

$1-x=1+x+x^2 \qquad 2x+x^2=0 \qquad x_1=0,\ x_2=-2$

4. Определим знаки функции на промежутках: $(-\infty;-2], [-2;-1), (-1;0]; [0;1]$



$f(-3)>0,\ f(-1{,}5)<0,\ f(-0{,}5)>0,\ f(0{,}5)<0$

Следовательно, множеством решений исходного неравенства является объединение промежутков $[-2;-1)\cup[0;1]$

Ответ: $x\in[-2;-1)\cup[0;1]$

7). Решить неравенство $\dfrac{4x^2-8x-5}{\sqrt{3x^2-6x}}\le\dfrac{2x+1}{3}$

$$\frac{3\cdot(4x^2-8x-5)-(2x+1)\sqrt{3x^2-6x}}{3\sqrt{3x^2-6x}}\le 0 \qquad \frac{6\cdot\left(x-\frac{5}{2}\right)(2x+1)-(2x+1)\sqrt{3x^2-6x}}{3\sqrt{3x^2-6x}}\le 0$$

$$\frac{(2x+1)\left(6x-15-\sqrt{3x^2-6x}\right)}{3\sqrt{3x^2-6x}}\le 0$$

Используем метод интервалов для решения данного неравенства

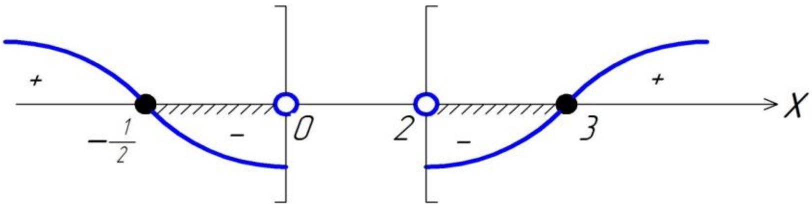
1. Рассмотрим функцию $f(x)=\dfrac{(2x+1)\left(6x-15-\sqrt{3x^2-6x}\right)}{3\sqrt{3x^2-6x}}$

2. Найдем область определения функции $D(f): 3x^2-6x>0$
$D(f)=(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$

3. Найдем нули функции: $f(x)=0$ $\left[\begin{array}{l}2x+1=0\\ \sqrt{3x^2-6x}=6x-15\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{2}\\ \begin{cases}6x-15\ge 0\\ 3x^2-6x=(6x-15)^2\end{cases}\end{array}\right.$

$$\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{2}\\ \begin{cases}x\ge\dfrac{5}{2}\\ 33x^2-174x+225=0\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{2}\\ x=3\end{array}\right. \qquad x_1=-\frac{1}{2},\ x_2=3$$

4. Определим знаки функции на промежутках: $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right], \left[-\dfrac{1}{2};0\right), (2;3], [3;+\infty)$



$f(-1)>0,\ f(-\frac{1}{4})<0,\ f(2{,}5)<0,\ f(5)>0$, следовательно, множеством решений исходного неравенства является объединение промежутков $\left[-\frac{1}{2};0\right)\cup(2;3]$

Ответ: $x\in\left[-\frac{1}{2};0\right)\cup(2;3]$

5. Подведение итогов. Задание на дом

Выводы, оценки.

1. Решить неравенства:

а) $\log_x(3x^2-6x+2)\le\log_x\frac{1}{x+2}+3$, **б)** $\frac{4^x+2x-4}{x-1}\le 2$

в) $\log_{0,5}(1-x^2)\left(2x-\frac{1}{x}-1\right)\ge 0$ **г)** $\frac{27^x-3^{2x+1}+2\cdot 3^x}{\sqrt{1-x^2}}\ge 0$

2. Дополнительно (на оценку):

а) $\left(ctg\frac{x}{2}-\frac{2}{3}\sin x\right)\sqrt{4x-x^2+5}\ge 0$ б) $\frac{(x^2-1)(\sqrt{3+x^2}+2x)}{|x-2|-4x+3}\ge 0$

IV. Проверочная работа

Решить неравенства:

1. $\log_2 x<3-x$
2. $\sqrt{x+3}+\sqrt[4]{9-x}<\sqrt{3}$
3. $\sqrt[3]{2-x^2}>x^3+x-1$
4. $\sqrt{1-x^2}<\sqrt[3]{5-x}$
5. $\log_{\frac{2x-1}{x}}5<\log_{\frac{2x-1}{x}}x$
6. $\sqrt{6-x}\left(2\cdot 9^{2x}-53\cdot 3^{2x}-27\right)\ge 0$
7. $\frac{\sqrt{x^2-3x-4}-3x+16}{6-x}>1$

Оценка ставится за любые «пять» верно выполненных заданий.

Список использованной литературы

1. Дорофеев Г. В. Обобщение метода интервалов. – Математика в школе, 1969, №3.

2. Математика. Алгебра. Начала математического анализа. Профильный уровень: учебник для 10 класса. М. И. Шабунин, А. А. Прокофьев. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2007.

3. Панферов В. С., Сергеев И. Н. ЕГЭ – 2010. Математика. Задача С3, под редакцией А. Л. Семенова и И. В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2010.

4. Садовничий Ю. В. ЕГЭ. Практикум по математике: Решение уравнений и неравенств. Преобразование алгебраических выражений. – М.: Издательство «Экзамен», 2012.